

UDK 528.14

## DABARTINIŲ GEODINAMINIŲ PROCESŲ ĮVERTINIMAS SUDARANT VERTIKALIUSIUS GEODEZINIUS TINKLUS

Algimantas Zakarevičius

*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva  
El. paštas: gkk@ap.vgtu.lt*

*Įteikta 2007 06 10, priimta 2007 06 18*

**Santrauka.** Išnagrinėti vertikaliųjų Žemės plutos judesių įvertinimo sudarant vertikaliuosius geodezinius tinklus klausimai. Pateikta pataisų nustatymo metodika, algoritmai ir rekomendacijos niveliavimo rezultatams apskaičiuoti matavimų duomenis redukuojant į vieną laiko momentą. Rekomenduojama skaičiuoti ne geodezinių ženklų aukščių, bet išmatuotų aukščių skirtumų pataisus. Išmatuotų aukščių skirtumų pataisų reikšmės priklauso ne nuo vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių absoliučiuųjų reikšmių, bet nuo greičių gradientų reikšmių. Redukuojant matavimų duomenis rekomenduojama skaičiuoti sąlyginius geodezinių ženklų vertikaliųjų judesių greičius pradinio niveliavimo trasos taško atžvilgiu. Niveliacijos tinkle rekomenduojama pradiniais taškais laikyti tinklo mazginius punktus ir skaičiuoti visų tinklo linijų sąlyginius greičius.

**Reikšminiai žodžiai:** vertikalieji Žemės plutos judesiai, vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičiai, Žemės plutos judesių greičių gradientai, niveliavimo rezultatų redukavimas į vieną laiko momentą, geodinaminės pataisos.

### 1. Įvadas

Sudarant vertikaliuosius geodezinius tinklus, matavimai tęsiasi ilgai – kelis ar net keliolika metų. Nepalaujamai vykstant geodinaminėms procesams, dėl vertikaliųjų Žemės plutos judesių nuolat keičiasi Žemės paviršiaus taškų aukščiai. Skirtingu metu atliekant matavimus, matuojamas pakitęs fizinis Žemės paviršius ir tarp tų pačių taškų gaunami skirtingi aukščių skirtumai. Apdorojamus matavimo skirtingais laiko momentais rezultatus būtina redukuoti į pasirinktąjį laiko momentą, apskaičiuojant išmatuotų aukščių skirtumų pataisus.

Siekiant apskaičiuoti niveliavimo matavimo rezultatų pataisus dėl vertikaliųjų Žemės plutos judesių įtakos, reikia žinoti nagrinėjamos teritorijos vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių arba greičių gradientų modelius arba atitinkamus modelius pagal niveliavimo trasas.

Iš ankstesnių tyrimų nustatyta, kad einant laikui vertikaliųjų Žemės plutos judesių pobūdis keičiasi [1–3]. Keičiasi ne tik judesių greitis, bet ir kryptis. Todėl skaičiuojant geodinamines pataisas reikia remtis ne tik anksčiau atliktomis, bet ir naujausiomis niveliacijomis. Apskaičiavus geodinaminių procesų įtaką atspindinčias pataisas gaunama tiesioginių ir atvirkštinių sąsajų sistema [1]. Paskutiniojo matavimo rezultatams įtakos yra turėję dabartiniai tektoniniai procesai, ir šie duomenys panaudojami tų procesų charakteristikoms nustatyti, o nustatytos Žemės plutos judesių charakteristikos, taikant atvirkštinę sąsają, taikomos šių matavimų pataisoms apskaičiuoti.

Šio darbo tikslas – parengti apibendrintus algoritmus ir rekomendacijas geodinaminėms pataisoms apskaičiuoti

redukuojant niveliacijų matavimų rezultatus į pasirinktą laiko momentą.

Tyrimų metodika – teorinė ir analitinė dabartinių Žemės plutos vertikaliųjų judesių įvertinimo atliekant tiksliausias niveliacijas analizė.

Pagrindiniai tyrimų rezultatai – sudaryta algoritmai, metodikos bei rekomendacijos niveliavimo rezultatų geodinaminėms pataisoms skaičiuoti, esant skirtingai pradinei informacijai apie vertikaliųjų Žemės plutos judesių savybes.

### 2. Vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių žemėlapių taikymas išmatuotų aukščių skirtumų pataisoms skaičiuoti

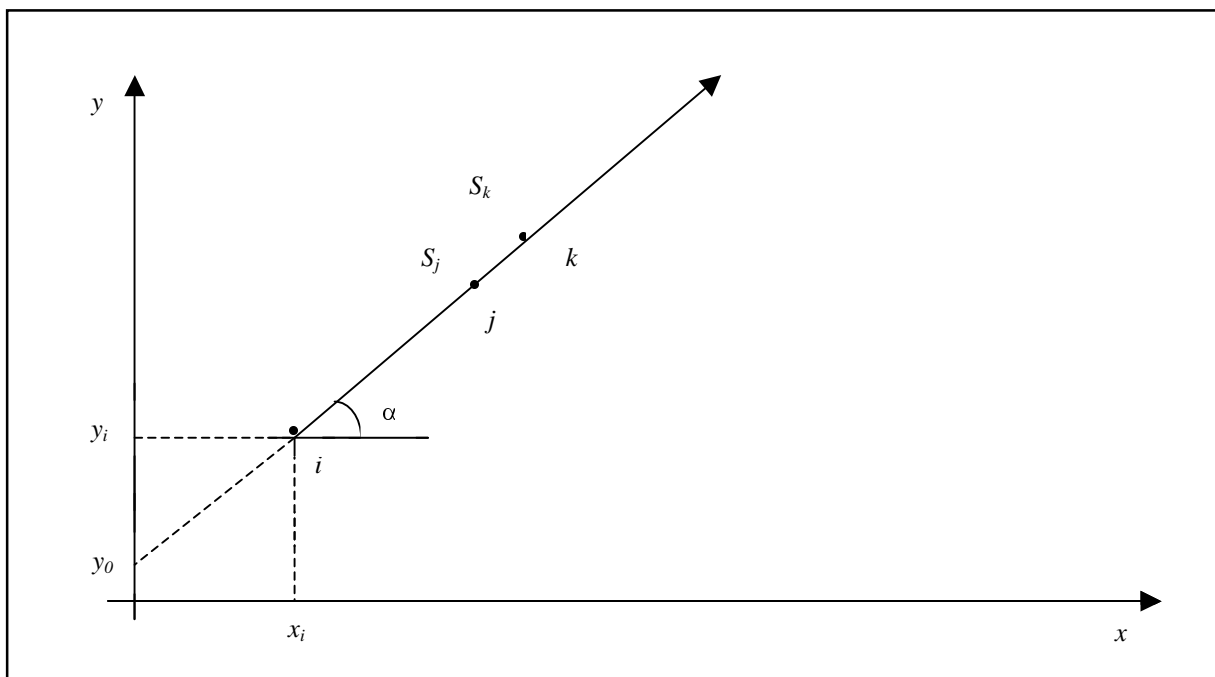
Tarkime, kad turime tam tikros teritorijos vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių žemėlapi, kurio scheminis vaizdas parodytas paveiksle (žr. pav.).

Žemės plutos vertikaliųjų judesių greičiai išreikšti funkcija

$$V = F(x, y), \quad (1)$$

čia  $V$  – vertikaliųjų judesių greitis,  $x, y$  – plokštuminės stačiakampės koordinatės (žr. pav.).

Tarp reperų  $i$  ir  $j$  laiko momentu  $T$  išmatuotas aukščių skirtumas  $h_{ij}$ . Reikia apskaičiuoti pataisą išmatuotam aukščių skirtumui redukuoti į pradinį laiko momentą  $T_0$ . Geodezinių ženklų plokštuminės koordinatės  $i(x_i, y_i)$ ,  $j(x_j, y_j)$ . Išmatuoto aukščių skirtumo pataisa



Vertikaliųjų Žemės plutos judesių žemėlapiu scheminis vaizdas

$$\delta h_{ij} = (T_0 - T)[F(x_j, y_j) - F(x_i, y_i)]. \quad (2)$$

Formulė (2) gali būti taikoma tuomet, kai žinomos pradinio ir galinio geodezinių ženklų koordinatės.

Tuo atveju, kai žinomos pradinio taško koordinatės, trasos kryptis ir atstumas nuo pradinio taško  $S_j$ , išmatuoto aukščių skirtumo pataisa lygi

$$\delta h_{ij} = (T_0 - T)\{F[(x_i + S_j \cos \alpha)(y_i + S_j \sin \alpha)] - F(x_i, y_i)\}. \quad (3)$$

Jei žinomas trasos pradinis taškas  $i(x_i, y_i)$  ir jos kryptis  $\alpha$ , galima sudaryti vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių šia kryptimi grafiką. Kryptį galima apibūdinti plokštumoje  $xoy$  tiese, kurios lygtis

$$y = y_0 + \operatorname{tg} \alpha \cdot x. \quad (4)$$

Reikšmė  $y_0$  randama iš pradinės sąlygos

$$y_i = y_0 + \operatorname{tg} \alpha \cdot x_i, \quad (5)$$

iš čia

$$y_0 = y_i - \operatorname{tg} \alpha \cdot x_i. \quad (6)$$

Iš (5) ir (6) gaunama

$$y = (y_i - \operatorname{tg} \alpha \cdot x_i) + \operatorname{tg} \alpha \cdot x. \quad (7)$$

Lygybę (7) įrašę į (1), gauname per tašką  $i(x_i, y_i)$  einančios trasos, kuri su  $x$  ašimi sudaro kampą  $\alpha$ , vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių lygtį:

$$v = F\{x, [(y_i - \operatorname{tg} \alpha \cdot x_i) + \operatorname{tg} \alpha \cdot x]\}. \quad (8)$$

Pakeitę (7) lygtyje kintamuosius, t. y. koordinatę  $x$  išreiškę  $S$ , gauname

$$x = x_0 + S \cos \alpha. \quad (9)$$

Iš (8) ir (9) galima parašyti:

$$v = F\{(x_0 + S \cos \alpha)[(y_i - \operatorname{tg} \alpha \cdot x_i) + \operatorname{tg} \alpha (x_0 + S) \cos \alpha]\} = F(S). \quad (10)$$

Norint rasti greičių gradientų lygtį, reikia rasti (10) lygties išvestinę pagal kintamąjį  $S$ , t. y. pagal atstumą trasos kryptimi:

$$\operatorname{grad}(v) = F'_s(S) = f(S). \quad (11)$$

Turint greičių gradientus, tarp taškų  $j$  ir  $k$ , nuo trasos pradžios nutolusių atstumu  $S_j$  ir  $S_k$ , išmatuoto aukščių skirtumo pataisa

$$\delta h_{jk} = \frac{(T_0 - T)}{S_k - S_j} \int_{S_j}^{S_k} f(S) ds. \quad (12)$$

Turint vertikaliųjų judesių greičių lygtį (10), pataisa

$$\delta h_{jk} = (T_0 - T)[F(S_k) - F(S_j)]. \quad (13)$$

Reikia pažymėti, kad vertikaliųjų judesių greičių žemėlapiu dažnai būna labai generalizuoti, greičiai

tarpuose tarp kartotinių niveliacijų linijų nustatomi interpoliavimo būdu. Patikimesni rezultatai gaunami pataisų skaičiavimams naudojant tiesioginių geodezinių matavimų kartotinių niveliacijų linijose duomenis.

### 3. Vertikaliųjų Žemės plutos judesių įvertinimas ir aukščių nustatymas

Norint redukuoti geodezinių ženklų aukščius į pasirinktą epochą, tinklą išlyginant parametru būdu, įvedami papildomi nežinomieji – geodezinių ženklų aukščiai pasirinktoje epochoje [4]. Sudarant pataisų lygtis, vertikaliųjų judesių greitis gali būti išreiškiamas kaip koordinatinė funkcija (1) arba kaip atstumo niveliacijos trasoje funkcija. Tik šiuo atveju pagal regresinį modelį turi būti modeliuojami ne reliatyvieji greičiai pradinės linijos taško atžvilgiu, o absoliučiuju greičių reikšmės pradinio vertikaliųjų Žemės paviršiaus judesių greičių atskaitos taško atžvilgiu. Tuomet į pasirinktą epochą redukuotas aukštis, kuriame yra geodezinis ženklas  $A$ , bus

$$H_A^0 = H_A^i + V_A(T_0 - T_i), \quad (14)$$

čia  $H_A^0$  – geodezinio ženklo aukštis laiko momentu  $T_0$ , į kuri redukuojama,  $H_A^i$  – geodezinio ženklo aukštis niveliavimo momentu  $T_i$ .

Niveliacijos tinklą išlyginant parametru būdu aukščių skirtumo tarp geodezinių ženklų  $A$  ir  $B$  pataisų lygtys

$$V_{AB}^i = -\delta H_A + \delta H_B + \Delta T_i \beta_1 (S_B - S_A) + \Delta T_i \beta_2 (S_B^2 - S_A^2) + \dots [h_{AB}^i - (H'_B - H'_A)], \quad (15)$$

čia  $\delta H_A, \delta H_B$  – apytikrių aukščių  $H'_A, H'_B$  pataisos,  $\Delta T_i = T_0 - T_i$ ,  $S_A, S_B$  – atstumai nuo linijos pradžios iki geodezinių ženklų  $A$  ir  $B$ .

Tolesnė išlyginimo eiga įvertinant vertikaliųjų judesių greičius atliekama pagal bendrąją išlyginimo parametru būdu algoritmą.

Būtina pažymėti, kad šis atvejis gali būti taikomas, kai pakartotinai niveliuoti visi reperiai ir nustatyti absoliutieji judesių greičiai, todėl taikyti tokią vertikaliųjų Žemės plutos judesių įvertinimo metodiką paprastai galima tik geodinaminiuose poligonuose. Sudarant valstybinius vertikaliuosius geodezinius tinklus ji taikytina tik labai retais išimtiniais atvejais.

### 4. Vertikaliųjų Žemės plutos judesių įvertinimas atsižvelgiant į judesių pagreitį

Šiuo atveju, matavimų rezultatai redukuojami į pasirinktą epochą įvertinant Žemės plutos judesių greitį, pagreitį ir nustatant geodezinių ženklų aukščius. Šiuo atveju galima parašyti, kad geodezinio ženklo  $A$  [4]

$$H_A^0 = H_A^i + V_A(T_0 - T_i) + a_A(T_0 - T_i)^2, \quad (16)$$

čia  $a_A$  – geodezinio ženklo vertikalojo judesio pagreitis. Tuomet

$$V_A^j = V_A^0 + 2a_A(T_j - T_0), \quad (17)$$

arba

$$V_A^0 = V_A^j + 2a_A(T_0 - T_j). \quad (18)$$

Geodezinių ženklų  $A$  ir  $B$  aukščių skirtumų pataisų lygtys

$$V_{AB} = -\delta H_A + \delta H_B - \Delta T_i V_A + \Delta T_i V_B - \Delta T_i^2 a_A + \Delta T_i^2 a_B - [(H'_B - H'_A) - h_{AB}^i], \quad (19)$$

čia  $\Delta T_i = T_0 - T_i$ ,  $V_A, V_B$  – Vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičiai taškuose  $A$  ir  $B$ .

Tolesnė išlyginimo tvarka – įprastinis išlyginimas parametru būdu. Gaunami ženklų aukščiai, redukuoti į laiko momentą  $T_0$ .

Norint redukuoti matavimų rezultatus įvertinant pagreičius, reikia turėti ne mažiau kaip šešis kartotinių matavimų duomenis. Turi būti kartotiniai niveliuoti visi geodeziniai ženklai. Todėl ši būda iš esmės galima taikyti tik geodinaminiuose poligonuose, kur atlikta daug kartotinių matavimų.

### 5. Dabartinių vertikaliųjų Žemės plutos judesių sąlyginių greičių arba greičių gradientų niveliacijos linijose panaudojimas išmatuotų aukščių skirtumų pataisoms skaičiuoti

Kai niveliacijos linija sutampa su ankstesnių niveliacijų linijomis ir turime kartotinai niveliuotų reperų, galime rasti greičių arba greičių gradientų toje trasoje empirines funkcijas. Išmatuotųjų dydžių pataisos nepriklauso nuo judesių absoliučiuju greičių reikšmių, o tik nuo greičių toje atkarpoje, kurios pataisa skaičiuojama, reikšmių skirtumų arba nuo greičių gradientų reikšmių, kurios taip pat nesusiję su absoliučiosiomis greičių reikšmėmis, todėl sąlyginius greičius niveliacijos linijose galima skaičiuoti, nulinę greičių reikšmę sutapatinus su pradinės niveliacijos linijos tašku. Taikant tokią metodiką, sąlyginių greičių bei pataisų skaičiavimas tiesiogiai susijęs tik su toje trasoje atliktais matavimais. Gretimose linijose atlikti matavimai bei greičių nustatymo paklaidos pradiniais laikomų punktų atžvilgiu čia neturi įtakos kaip ir naudojant greičių žemėlapius. Be to, pavienių, palyginti neilgų, niveliacijos linijų greičių funkcijos pavidalas yra paprastesnis, ir tiksliau ją galima aprašyti analitine forma, lygties parametrus įvertinant pagal matavimų rezultatus. Kiekvienos tinklo linijos judesius apibūdinančias lygtis rekomenduojama sudaryti atskirai dar ir dėl to, kad

tektoniniai procesai skirtingose teritorijose turi nuo geologinės sandaros priklausantių ypatumų [5].

Nustatant vertikaliųjų judesių greičių ypatumus apibūdinančius lygties parametrus, reikia eliminuoti ir sudaryti bendruosius dėsningumus apibūdinanti matematinį modelį. Šiam uždaviniui spręsti taikomas regresinis modelis. Tokių regresinių modelių sudarymo, patikimumo bei nustatymo, kiek tai atitinka matavimų rezultatus, vertinimo metodika, algoritmai bei rekomendacijos detalai išnagrinėta ir pateikta [1] darbe. Regresinių modelių nepriklausomasis kintamasis yra geodezinio ženklo atstumas nuo linijos pradinio taško.

Turint vertikaliųjų judesių greičių regresinius modelius (10) arba greičių gradientų modelius (11), taškų  $i$  ir  $j$  išmatuotų aukščių skirtumų pataisos, kai atstumai nuo pradinio linijos taško yra  $S_i$  ir  $S_j$ , bus

$$\delta h_{ij} = (T_0 - T)[F(S_j) - F(S_i)], \quad (20)$$

arba

$$\delta h_{ij} = \frac{(T_0 - T)}{S_j - S_i} \int_{S_i}^{S_j} f(S) ds, \quad (21)$$

čia  $T_0$  – laiko momentas, į kurį redukuojami matavimų rezultatai,  $T$  – niveliavimo laiko momentas.

Turint vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių modelį (10), vertikaliųjų judesių greičių gradientų modelius galima sudaryti greičių modelį diferencijuojant pagal nepriklausomąjį kintamąjį  $S$ . Tuo atveju, kai pradžioje sudaromas vertikaliųjų judesių greičių gradientų modelis (11), greičių modelį galima sudaryti gradientų modelį integruojant pagal kintamąjį  $S$ . Integravimo konstantos reikšmė apskaičiuojama atsižvelgiant į sąlygą, kad linijos pradiniam taške vertikaliųjų judesių greičiai lygūs nuliui ar kitai žinomai greičio reikšmei.

## 6. Išvados

1. Sudarant vertikaliuosius geodezinius tinklus vertikaliųjų Žemės plutos judesių įtaką tinklo paklaidoms galima sumažinti niveliavimo matavimų rezultatus redukuojant į vieną laiko momentą.

2. Rekomenduojama skaičiuoti ne geodezinių ženklų aukščių, bet išmatuotų aukščių skirtumų geodinamines pataisas.

3. Išmatuotų aukščių skirtumų pataisų reikšmės priklauso ne nuo vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių absoliučiuųjų reikšmių, bet nuo greičių gradientų reikšmių. Todėl redukuojant matavimus rekomenduojama skaičiuoti sąlyginius geodezinių ženklų vertikaliųjų judesių greičius pradinio niveliavimo trasos taško atžvilgiu.

4. Niveliacijos tinkle pradiniais taškais rekomenduojama laikyti tinklo mazginius punktus ir sąlyginius greičius skaičiuoti visų tinklo linijų pagal tose linijose išmatuotus aukščių skirtumus.

5. Vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičių žemėlapius geodinaminėms pataisoms skaičiuoti patartina taikyti tik tose niveliacijos linijose, kuriose nebuvo atlikta ar nepakanka kartotinių matavimų judesių greičių modeliams sudaryti.

6. Kadangi einant laikui kinta vertikaliųjų Žemės plutos judesių greičiai ir greičių gradientai, geodinaminių procesų įtaką rekomenduojama vertinti pagal paskutinių dviejų niveliavimų rezultatus, įskaitant ir redukuojamus matavimus.

7. Apibendrintiesiems vertikaliųjų Žemės plutos judesių niveliacijos linijoje rodikliams nustatyti ir bendriems dėsningumams nepaklūstančioms lokalioms judesių greičių anomalijoms eliminuoti rekomenduojama taikyti regresinius modelius.

## Literatūra

1. ZAKAREVIČIUS, A. *Investigation of the recent geodynamic processes in the territory of Lithuania* (Dabartinių geodinaminių procesų Lietuvos teritorijoje tyrimas). Vilnius: Technika, 2003. 195 p. (in Lithuanian).
2. ZAKAREVIČIUS, A. Research into relations between the Earth's crust present vertical movements and geologic structure in southern Lithuania. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, 2002, Vol XVIII, No 2, p. 29–34 (in Lithuanian).
3. ZAKAREVIČIUS, A.; ANIKĖNIENĖ, A. *Peculiarities of present geodynamic processes in the Northeastern Lithuania*. *Transactions of the Estonian University of Life Sciences*, 2007, No 224, Baltic Surveying'07. Tartu, p. 122–131.
4. ZAKAREVIČIUS, A.; ŠLIAUPA, S.; PUZIENĖ, R.; ANIKĖNIENĖ, A.; BŪGA, A.; DĖNAS, Ž. Tectonic interpretation of measured recent movements of the earth surface of sedimentary basin. In *Selected papers of 6<sup>th</sup> International Conference „Environmental Engineering“*: Vol 2. Vilnius: Technika, 2005. p. 1034–1040.
5. ZAKAREVIČIUS, A. Summarize of the results of the correlative analysis of the maps on the vertical movement of the Earth's Crust in the territory of Lithuania. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, 1996, No 2 (22), p. 46–53.

**Algimantas ZAKAREVIČIUS**. Professor, Doctor Habil. Dept of Geodesy and Cadastre, Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania, Ph +370 5 274 4703, e-mail:

Algimantas.Zakarevicius@ap.vgtu.lt.

A graduate of Kaunas Polytechnic Institute (now Kaunas University of Technology), geodetic engineer, 1965. Doctor's degree at Vilnius University, 1973. Dr Habil degree at VGTU, 2000. Member of the Geodetic Commission of Estonia, Latvia and Lithuania. Research training at Geodetic Institute of Norwegian Mapping Authority, 1994. Author of over 140 publications and 3 monographs.

Research interests: investigations of the recent geodynamic processes, formation of geodetic networks.